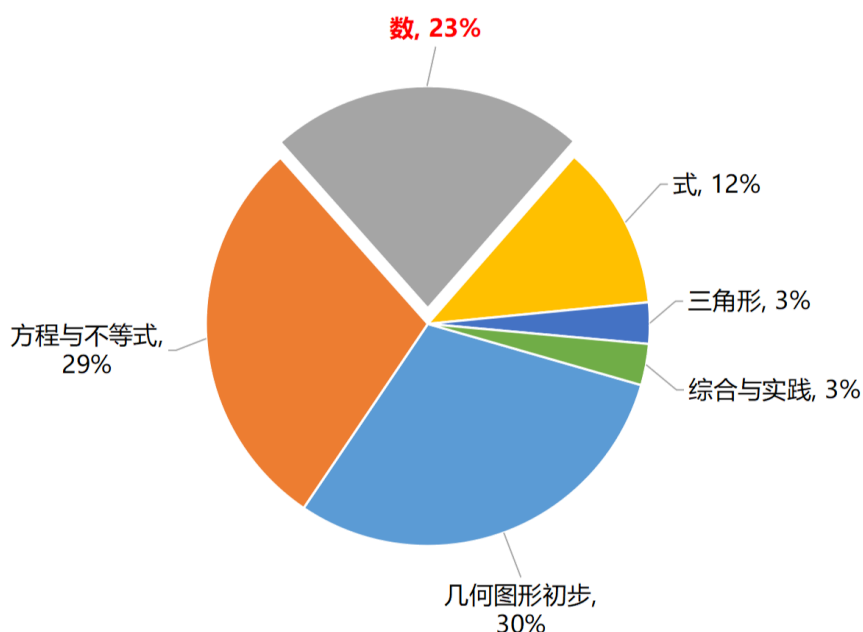


第1讲 有理数的四则运算

有理数属于人教版教材第一章的内容，是期中、期末考试的重要考点，同时有理数的计算也是初中阶段计算的重中之重。本模块为《有理数进阶》，重点包括有理数、相反数、绝对值、数轴的定义以及有理数的四则运算与乘方，同时也会涉及到有理数的实际应用问题。

本模块难度适中，适用于基础部分的夯实，本模块分为有理数的四则运算、有理数的乘方与混合运算2讲内容，加油站与讲义内容完全对照，帮助学生巩固薄弱点和易错点。

知己知彼



知识点	难度	考频
有理数	★★	高
数轴	★★	中
相反数	★★	中
绝对值	★★	中
有理数的加减	★★★★	高
有理数的乘除	★★★★	高
有理数的乘方	★★★★	高
科学记数法与近似数	★★★★	高

一、有理数与数轴

1. 有理数

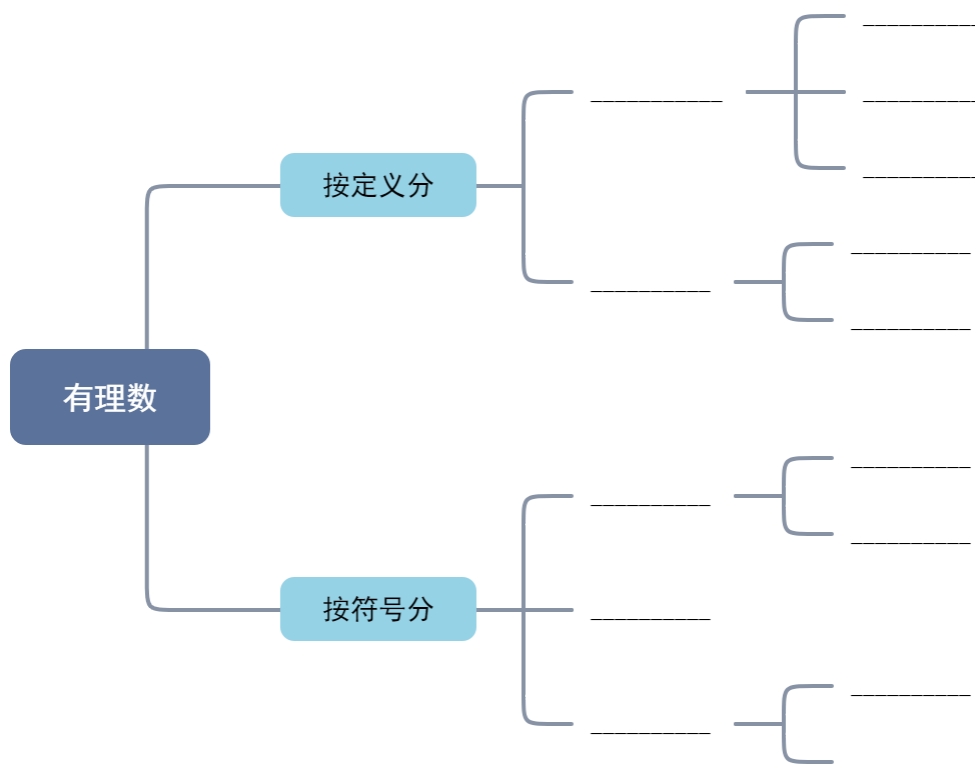
(1) 有理数的定义：

整数和分数统称为有理数.

①整数：_____、____、_____统称为整数.

②分数：_____、_____统称为分数；_____小数和_____小数可以化为分数，所以我们也把它们看成分数.

(2) 有理数的分类：



(3) 常见名词：

非负数：_____和_____统称为非负数；

非正数：_____和_____统称为非正数；

非负整数：_____和_____统称为非负整数；

非正整数：_____和_____统称为非正整数；

举个“栗”子

栗子1

1. 下列说法中，错误的有（ ）.

① $-2\frac{4}{7}$ 是负分数；②1.5不是整数；③非负有理数不包括0；④整数和分数统称为有理数；⑤0是最小的有理数；⑥-1是最小的负整数.

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

栗子2

2. 在 $-\frac{1}{3}$, $\frac{22}{7}$, 0, -3, 0.2, π , 4, -8, -13这些数中，有理数有 m 个，整数有 n 个，分数有 k 个，则 $m-n+k$ 的值为（ ）.

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

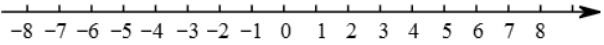
3. 下列说法中：

- ①0是最小的整数；
- ②有理数不是正数就是负数；
- ③非负数就是正数；
- ④ $-\frac{\pi}{2}$ 不仅是有理数，而且是分数；
- ⑤ $\frac{23}{7}$ 是无限不循环小数，所以不是有理数；
- ⑥无限小数不都是有理数；
- ⑦正数中没有最小的数，负数中没有最大的数；

其中错误的说法的个数为（ ）.

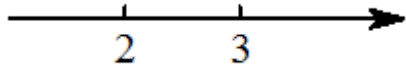
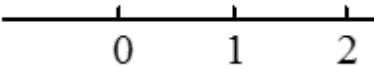
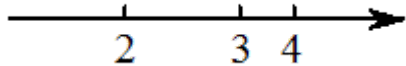
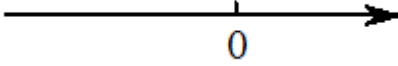
- A. 7个 B. 6个 C. 5个 D. 4个

2. 数轴

数轴	
定义	在数学中，可以用一条直线上的点表示数，这条直线叫做数轴
画法	
三要素	①原点：在直线上任取一个点表示数____，这个点叫做原点．原点是数轴的基准点 ②正方向：通常规定直线上从原点____（或____）为正方向，从原点____（或____）为负方向 ③单位长度：在原点左右两侧，选取____的长度为单位长度

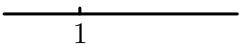
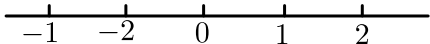
思考：

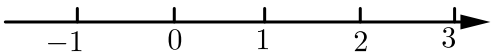
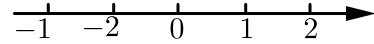
下列数轴的错误分析：

错例	原因
	_____
	_____
	_____
	_____

栗子3

4. 下列数轴中画法正确的是（ ）。

- A. 
- C. 

- B. 
- D. 

3. 有理数与数轴的关系

①_____都可以用数轴上的点表示出来，可以化成_____的小数都是有理数，因此也可以表示在数轴上.

②数轴上的点_____有理数，如_____也可以在数轴上表示，但_____并不是有理数.

③正有理数位于原点的_____边，负有理数位于原点的_____边.

数轴上_____边的数总_____于_____边的数.因此，正数总_____于零，负数总_____于零，正数_____于负数.

栗子4

5. 下列说法中正确的是（ ）.

- A. 数轴是一条规定了原点、正方向和单位长度的射线
- B. 原点在数轴的正中间
- C. 离原点近的点所对应的有理数较小
- D. 数轴上的点可以表示任意有理数

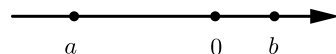
栗子5

6. 把下面的直线补充成一条数轴，然后在数轴上标出下列各数： -3 ， $2\frac{1}{2}$ ， -1.5 ， 6 .



栗子6

7. 如图，有理数 a ， b 在数轴上对应的点如下，则有（ ）.



- A. $a > 0 > b$ B. $a > b > 0$ C. $a < 0 < b$ D. $a < b < 0$

栗子7

8. 数轴上点 A 表示 -2 ，从 A 出发，沿数轴移动4个单位长度到达点 B ，则点 B 表示的数是_____ .

4. 相反数

相反数	
定义	像2和-2, 5和-5这样, 只有____不同的两个数叫做____相反数. 一般地, a和____互为相反数, a表示任意一个数, 可以是____、____, 也可以是____.
代数意义	____不同的两个数叫做互为相反数, 特别地, 0的相反数是____; 相反数必须____出现, 不能单独存在.
几何意义	一对相反数在数轴上应分别位于原点____, 并且到原点的距离____; 这两点是关于原点____的.
性质	任何一个数____相反数, 而且只有____. 正数的相反数是____; 负数的相反数是____; 0的相反数仍是____. 若a与b互为相反数, 则____; 反之, 若____, 则____.
多重符号化简	①一个正数前面不管有多少个“+”号, 都可以____; ②一个正数前面有____数个“-”号, 也可以把____; ③一个正数前面有____数个“-”号, 则化简后____.

栗子8

9. 下列说法正确的是() .

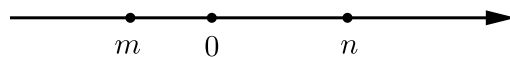
- A. 符号相反的两个数是相反数
B. 任何一个负数都小于它的相反数
C. 任何一个负数都大于它的相反数
D. 0没有相反数

10. 下列说法中, 不正确的是() .

- A. 一个数与它的倒数之积为1
B. 一个数与它的相反数之商为-1
C. 两数商为-1, 则这两个数互为相反数
D. 两数积为1, 则这两个数互为倒数

栗子9

11. m 和 n 是有理数, 它们在数轴上的对应点的位置如图所示, 把 $m, -m, n, -n$ 从小到大的顺序排列是() .



- A. $-n < -m < m < n$
B. $-m < -n < m < n$
C. $-n < n < -m < m$
D. $-n < m < -m < n$

栗子10

12. 若 a 的相反数等于它本身, x 和 y 互为倒数, p, q 两数不相等, 且数轴上表示 p, q 两个数的点到原点的距离相等, 则 $a^2 - (-xy)^{2019}(2 + p + q)$ 的值为_____ .

栗子11

13. 化简下列各数中符号 .

- (1) $-(-2\frac{1}{3}) =$ _____ .
(2) $-(+7) =$ _____ .
(3) $-[-(-9)] =$ _____ .
(4) $- \{ + [- (+ 5)] \} =$ _____ .
(5) $- (- (- (- (+ (- (- 2.7)))))) =$ _____ .

5. 绝对值

绝对值	
定义	一般地，数轴上表示数 a 的点与原点的距离叫做数 a 的绝对值，记作 $ a $ 。
代数意义	一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；0的绝对值是0。 即 $ a = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$

栗子12

14. 下列判断中，错误的是（ ）。

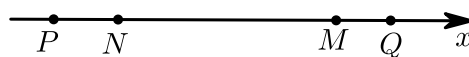
- A. 一个正数的绝对值一定是正数
B. 一个负数的绝对值一定是正数
C. 任何数的绝对值都是正数
D. 任何数的绝对值都不是负数

栗子13

15. 若 $a = 2$ ， $|b| = 5$ ，则 $a + b =$ （ ）。

- A. -3 B. 7 C. -7 D. -3 或 7

16. 如图，四个有理数 m, n, p, q 在数轴上对应的点分别为 M, N, P, Q ，若 $n + q = 0$ ，则 m, n, p, q 四个有理数中，绝对值最小的一个是（ ）。



- A. p B. q C. m D. n

17. 已知 $|a| = 1$ ， $|b| = 2$ ， $|c| = 3$ ，且 $a > b > c$ ，那么 $a + b - c =$ _____。

栗子14

18. 如果 $|-2a| = -2a$ ，则 a 的取值范围是（ ）。

- A. $a > 0$ B. $a \geq 0$ C. $a \leq 0$ D. $a < 0$

二、有理数的加减

1. 有理数加法

加法法则	①同号两数相加，取_____的符号，并把绝对值_____。 ②绝对值不相等的异号两数相加，取_____的符号，并用较_____的绝对值_____较_____的绝对值_____。 ③互为相反数的两个数相加得_____。 ④一个数同0相加，仍得_____。
运算步骤	①先定_____：确定和的符号 ②再算_____：求和的绝对值，即确定是两个加数的绝对值的和或差。
加法运算律	①加法交换律：有理数的加法中，两个数相加，交换加数的位置，和不变。 $a + b = \underline{\hspace{2cm}}$ ②加法结合律：有理数的加法中，三个数相加，先把前两个数相加，或者先把后两个数相加，和不变。 $(a + b) + c = \underline{\hspace{2cm}}$
运算技巧	①凑零凑整：互为相反数的两个数相结合；和为整数的加数相结合； ②同号集中：把符号相同的加数相结合； ③同分母结合：把分母相同或便于通分的加数相结合； ④带分数拆开：将带分数的整数部分和分数部分拆开，整数与分数分别相结合。

栗子15

19. 计算： $(-3.5) + \left(-\frac{4}{3}\right) + \left(-\frac{3}{4}\right) + \left(+\frac{7}{2}\right) + 0.75 + \left(-\frac{7}{3}\right)$.

20. 用恰当方法计算下列算式：

(1) $\left(-123\frac{1}{2}\right) + \left(-4\frac{1}{4}\right) + \left|+123\frac{1}{3}\right| + \left(-\frac{1}{3}\right) + \left(-5\frac{3}{4}\right)$.
(2) $\left(-2011\frac{5}{6}\right) + \left(-2011\frac{2}{3}\right) + 4022 + \left(-1\frac{1}{2}\right)$.

独步天下1

21. 计算： $1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \cdots + \frac{1}{1+2+3+\cdots+100}$.

22. 计算： $1\frac{1}{2} + 3\frac{1}{4} + 5\frac{1}{8} + 7\frac{1}{16} + 9\frac{1}{32} + 11\frac{1}{64} + 13\frac{1}{128} + 15\frac{1}{256} + 17\frac{1}{512} + 19\frac{1}{1024}$.

2. 有理数减法

减法法则	减去一个数，等于加这个数的_____ . $a - b =$ _____
运算步骤	①把减号变为_____（改变运算符号）； ②把减数变为它的_____（改变性质符号）； ③按照加法运算的步骤进行运算 .

栗子16

23. 计算：

$$(1) (-49) - (+91) - (-5) + (-9) .$$

24. 计算：

$$(1) 5\frac{1}{4} - \left(-2\frac{2}{3}\right) + \left(-3\frac{1}{4}\right) - \left(+4\frac{2}{3}\right) .$$

$$25. \text{ 计算：} \left(-3\frac{2}{3}\right) - (-2.4) + \left(-\frac{1}{3}\right) - \left(+4\frac{2}{5}\right) .$$

26. 计算：

$$(1) \left(-2\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{5}{6}\right) + (-0.5) - \left(-1\frac{1}{6}\right) .$$

独步天下2

27. 计算：

$$(1) -1 + 3 - 5 + 7 - 9 + \dots - 97 + 99 = \underline{\hspace{2cm}} .$$

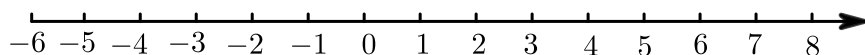
$$(2) 1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 2009 - 2010 + 2011 - 2012 + 2013 - 2014 + 2015 - 2016 = \underline{\hspace{2cm}} .$$

栗子17

28. 小明妈妈支付宝连续五笔交易如图，已知小明妈妈五笔交易前支付宝余额860元，则五笔交易后余额 _____ 元．

支付宝账单	
日期	交易明细
10.16	乘坐公交 ¥ -4.00
10.17	转账收入 ¥ +200.00
10.18	体育用品 ¥ -64.00
10.19	零食 ¥ -82.00
10.20	餐费 ¥ -100.00

29. 一辆货车从百货大楼出发负责送货，向东走了4千米到达小明家，继续向东走了1.5千米到达小红家，然后向西走了8.5千米到达小刚家，最后返回百货大楼．



- (1) 以百货大楼为原点，向东为正方向，1个单位长度表示1千米，请在数轴上标出小明、小红、小刚家的位置．（小明家用点A表示，小红家用点B表示，小刚家用点C表示）
- (2) 小明家与小刚家相距多远？
- (3) 若货车每千米耗油0.2升，那么这辆货车此次送货共耗油多少升？

三、有理数的乘除

1. 有理数乘法

乘法法则	①有理数乘法法则：两数相乘，同号得____，异号得____，并把绝对值_____。 ②任何数同0相乘，都得_____。
运算步骤	先确定积的____，再确定积的_____。 ①几个不是0的数相乘，负因数的个数是偶数时，积为_____；负因数的个数是奇数时，积为____，即“_____”。 ②几个数相乘，如果其中有因数为0，那么积等于_____。
乘法运算律	①乘法交换律：一般地，有理数乘法中，两个数相乘，交换因数的位置，积相等。 $ab = \underline{\hspace{2cm}}$ ②乘法结合律：一般地，有理数乘法中，三个数相乘，先把前两个数相乘，或者先把后两个数相乘，积相等。 $(ab)c = \underline{\hspace{2cm}}$ ③分配律：一般地，有理数乘法中，一个数同两个数的和相乘，等于把这个数分别同这两个数相乘，再把积相加。 $a(b+c) = \underline{\hspace{2cm}}$

栗子18

30. 计算。

(1) $3\frac{1}{4} + \left(-2\frac{3}{5}\right) + 5\frac{3}{4} - \left(+8\frac{2}{5}\right)$.

(2) $\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{12}\right) \times (-12) - \left(-\frac{3}{4}\right) \times 14 + \left(-\frac{3}{4}\right) \times (-10)$.

31. 计算题 .

(1) $(-3) \times 5 + (-2) \times (-3)$.

(2) $\left(\frac{11}{12} - \frac{7}{6} + \frac{3}{4} - \frac{13}{24}\right) \times (-48)$.

2. 有理数除法

倒数	乘积为__的两个数互为倒数 .
除法法则	①除以一个不等于0的数，等于乘这个数的__ __ . $a \div b = a \cdot \frac{1}{b}$, $(b \neq 0)$ ②两数相除，同号得__，异号得__，并把绝对值__ . 0除以任何一个不等于0的数，都得__ .
运算步骤	先将除法换成__，然后确定积的__，最后求出结果 .

栗子19

32. 计算 .

(1) $(-49) \div \frac{7}{4} \times \left(-\frac{4}{7}\right) \div (-8)$.

33. 计算 :

(1) $-3 - \left[-5 + \left(1 - \frac{2}{3} \times \frac{9}{4}\right) \div (-3)\right]$.

34. 计算：

$$(1) -8 \div \frac{4}{3} - \left[\frac{1}{4} - \left(1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} \right) \right] \times 20 .$$

35. 计算题 .

$$(1) 7 - (-11) \times 6 \div 2 + (-2) .$$

$$(2) -\frac{1}{36} \div \left(-\frac{7}{12} + \frac{3}{4} - \frac{5}{6} + \frac{5}{18} \right) .$$

36. 计算 .

$$(1) (-48) \div 8 - (-5) \times (-6) .$$

$$(2) -4 \div \frac{2}{3} \times (-3) .$$

$$(3) \left(-\frac{3}{4} - \frac{5}{9} + \frac{7}{12} \right) \div \frac{1}{36} .$$